ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ THU THỦY

PHƯƠNG PHÁP HIỆU CHỈNH TIKHONOV VÀ PHƯƠNG PHÁP ĐIỂM GẦN KỀ QUÁN TÍNH HIỆU CHỈNH CHO BÀI TOÁN ĐIỂM BẤT ĐỘNG CHUNG CỦA MỘT HỌ HỮU HẠN ÁNH XẠ KHÔNG GIÃN TRONG KHÔNG GIAN BANACH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ THU THỦY

PHƯƠNG PHÁP HIỆU CHỈNH TIKHONOV VÀ PHƯƠNG PHÁP ĐIỂM GẦN KỀ QUÁN TÍNH HIỆU CHỈNH CHO BÀI TOÁN ĐIỂM BẤT ĐỘNG CHUNG CỦA MỘT HỌ HỮU HẠN ÁNH XẠ KHÔNG GIÃN TRONG KHÔNG GIAN BANACH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Chuyên ngành :Toán ứng dụng
Mã số : 60 46 01 12

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:
TS. Trương Minh Tuyên

THÁI NGUYÊN - 2016

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến Tiến sĩ Trương Minh Tuyên, người đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập nghiên cứu để hoàn thành luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu, các thầy cô giáo trong khoa Toán - Tin trường Đại học Khoa học- Đại học Thái Nguyên đã tận tình giúp đỡ và truyền thụ kiến thức cho tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu tại Trường.

Tôi xin chân thành cảm ơn Sở Giáo dục và Đào tạo tỉnh Thái Nguyên, lãnh đạo trường Trung học phổ thông Gang Thép cũng như toàn thể các đồng nghiệp trong trường Trung học phổ thông Gang Thép đã quan tâm và tạo điều kiện thuận lợi cho tôi thực hiện đúng kế hoạch học tập và nghiên cứu.

Xin chân thành cảm ơn các học viên trong lớp Cao học Toán K8A và các bạn đồng nghiệp xa gần về sự động viên, khích lệ cũng như trao đổi về chuyên môn trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu và hoàn thiện luận văn.

Mục lục

Một số ký hiệu và viết tắt

E	không gian Banach
E^*	không gian đối ngẫu của E
θ	phần tử không của không gian Banach E
$\mathbb{R}$	tập hợp các số thực
$\mathbb{R}^+$	tập các số thực không âm
$\cap$	phép giao
$\inf M$	cận dưới đúng của tập hợp số M
$\sup M$	cận trên đúng của tập hợp số M
$\max M$	số lớn nhất trong tập hợp số M
$\min M$	số nhỏ nhất trong tập hợp số M
$\text{argmin}_{x\in X} F(x)$	tập các điểm cực tiểu của hàm F trên X
$\emptyset$	tập rỗng
$\forall x$	với mọi x
$D(A)$	miền xác định của toán tử A
$R(A)$	miền ảnh của toán tử A
A^{-1}	toán tử ngược của toán tử A
I	toán tử đồng nhất
$L^p(\Omega)$	không gian các hàm khả tích bậc p trên Ω
l^p	không gian các dãy số khả tổng bậc p
$d(x, M)$	khoảng cách từ phần tử x đến tập hợp M

$\mathcal{H}(C_1, C_2)$	khoảng cách Hausdorff giữa hai tập hợp C_1 và C_2
$\limsup\limits_{n\to\infty} x_n$	giới hạn trên của dãy số $\{x_n\}$
$\alpha_n \searrow \alpha_0$	dãy số thực $\{\alpha_n\}$ hội tụ giảm về α_0
$x_n \longrightarrow x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ mạnh về x_0
$x_n \rightharpoonup x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ yếu về x_0
J	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc
j	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc đơn trị
$\delta_E(\varepsilon)$	mô đun lồi của không gian Banach E
$\rho_E(\tau)$	mô đun trơn của không gian Banach E
$Fix(T)$ hoặc $F(T)$	tập điểm bất động của ánh xạ T
∂f	dưới vi phân của hàm lồi f
$\overline{M}$	bao đóng của tập hợp M
$d(a, M)$	khoảng cách tử phần tử a đến tập hợp M
err	sai số của nghiệm xấp xỉ so với nghiệm chính xác

Mở đầu

Bài toán tìm điểm bất động chung của một họ hữu hạn các ánh xạ không giãn trong không gian Hilbert hay không gian Banach là một trường hợp riêng của bài toán chấp nhận lồi: "Tìm một phần tử thuộc giao khác rỗng của một họ hữu hạn hay vô hạn các tập con lồi và đóng $\{C_i\}_{i\in I}$ của không gian Hilbert H hay không gian Banach E". Bài toán này có nhiều ứng dụng quan trọng trong các lĩnh vực khoa học khác nhau như: Xử lí ảnh, khôi phục tín hiệu, vật lý, y học ...

Khi $C_i = Fix(T_i)$, với $Fix(T_i)$ là tập điểm bất động của ánh xạ không giãn $T_i,\ i = 1, 2, ..., N$, thì đã có nhiều phương pháp được đề xuất dựa trên các phương pháp lặp cổ điển nổi tiếng. Đó là các phương pháp lặp Kranoselskii, Mann, Ishikawa, Halpern và phương pháp xấp xỉ mềm. Chẳng hạn, tương tự như phương pháp chiếu xoay vòng để giải bài toán chấp nhận lồi trong không gian Hilbert, năm 1996 Bauschke H. H. đã đề xuất phương pháp lặp xoay vòng dựa trên phương pháp lặp Halpern cho bài toán tìm điểm bất động chung của một họ hữu hạn các ánh xạ không giãn trong không gian Hilbert...

Ta biết rằng, nếu T là một ánh xạ không giãn trong không gian Banach E, thì toán tử $A = I - T$ là một toán tử j-đơn điệu, với I là toán tử đồng nhất trên E. Như vậy, bài toán tìm điểm bất động chung của một họ hữu hạn các ánh xạ không giãn T_i trong không gian Banach E có thể đưa về bài toán tìm không điểm chung của một họ hữu hạn các toán tử j-đơn điệu $A_i = I - T_i$ với $i = 1, 2, ..., N$.

Đối với bài toán tìm nghiệm chung của một họ hữu hạn các phương trình toán tử với các toán tử đơn điệu cực đại, năm 2006 tác giả Buong Ng. [11] đã đề xuất và nghiên cứu phương pháp hiệu chỉnh Browder-Tikhonov cho bài toán tìm không điểm chung của một họ hữu hạn các toán tử đơn trị đơn điệu, thế năng, h-liên tục từ không gian Banach E vào không gian đối ngẫu E^*. Ông đã quy bài toán giải hệ phương trình với các toán tử đơn điệu cực đại về việc giải một phương trình toán tử và thu được sự hội tụ mạnh của thuật toán về một nghiệm của hệ khi các tham số hiệu chỉnh được chọn thích hợp.

Năm 2008, trên cơ sở kết quả nghiên cứu đạt được của mình vào năm 2006, tác giả Buong Ng. [12] lần đầu tiên nghiên cứu kết hợp phương pháp điểm gần kề quán tính với hiệu chỉnh và gọi là phương pháp điểm gần kề quán tính hiệu chỉnh, cho việc giải bài toán tìm không điểm chung của một họ hữu hạn các toán tử đơn điệu cực đại $A_i = \partial f_i$, với ∂f_i là dưới vi phân của các phiếm hàm lồi, chính thường, nửa liên tục dưới yếu f_i, $i = 1, 2, ..., N$ trong không gian Hilbert H.

Mục đích của luận văn này là trình bày lại các kết quả trong bài báo của Tuyen T.M. [25] và bài báo của Kim J.K., Tuyen T.M. [20] về các phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov và phương pháp điểm gần kề quán tính hiệu chỉnh, cùng với tính ổn định của các phương pháp cho bài toán tìm điểm bất động chung của một họ hữu hạn ánh xạ không giãn trong không gian Banach. Nội dung chính của luận văn được chia làm hai chương. Chương 1, giới thiệu sơ lược về một số vấn đề liên quan đến cấu trúc hình học của các không gian Banach, bài toán đặt không chỉnh với các toán tử loại đơn điệu, phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov, phương pháp điểm gần kề quán tính , phương pháp điểm gần kề quán tính hiệu chỉnh và cuối cùng là một số bổ đề cần sử dụng cho việc chứng minh các kết quả nghiên cứu đạt được ở các chương sau của luận văn. Chương 2, trình bày về các phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov và phương pháp điểm gần kề quán tính hiệu chỉnh cho bài toán tìm điểm bất động chung của một họ hữu hạn ánh xạ không giãn trong không gian Banach có ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc liên tục yếu theo dãy [25], đồng thời tính ổn định của các phương pháp [20] cũng được giới thiệu trong chương này.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Chương này bao bồm 5 mục. Mục 1.1 trình bày một số vấn đề về không gian Banach lồi đều, trơn đều, một số lớp toán tử loại đơn điệu, ánh xạ không giãn cùng những tính chất cơ bản của chúng. Mục 1.2 giới thiệu về bài toán đặt không chỉnh và phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov. Mục 1.3 và 1.4 trình bày về các phương pháp điểm gần kề quán tính và phương pháp điểm gần kề quán tính hiệu chỉnh. Mục 1.5 trình bày một số bổ đề quan trọng thường xuyên sử dụng đến trong việc chứng minh các định lý chính ở chương sau của luận văn.

1.1. Một số vấn đề về hình học các không gian Banach, toán tử đơn điệu và ánh xạ không giãn

Cho E là một không gian Banach và E^* là không gian đối ngẫu của nó. Để cho đơn giản và thuận tiện hơn, chúng tôi thống nhất sử dụng kí hiệu $\|.\|$ để chỉ chuẩn trên E và E^*; Sự hội tụ mạnh và yếu của dãy $\{x_n\}$ về phần tử x trong E lần lượt được kí hiệu là $x_n \to x$ và $x_n \rightharpoonup x$ trong toàn bộ luận văn.

Trong luận văn này, chúng tôi thường xuyên sử dụng tính chất dưới đây của không gian Banach phản xạ.

Mệnh đề 1.1. (xem [1] trang 41) *Cho E là một không gian Banach. Khi đó, các khẳng định sau là tương đương:*

i) *E là không gian phản xạ.*

ii) *Mọi dãy bị chặn trong E, đều có một dãy con hội tụ yếu.*

Tiếp theo, trong mục này chúng tôi đề cập đến một số vấn đề cơ bản về cấu trúc hình học các không gian Banach, như: tính lồi, tính trơn, mô đun lồi, mô đun trơn ...

Định nghĩa 1.1. *Không gian Banach E được gọi là lồi chặt nếu với mọi $x, y \in E, x \neq y$ mà $\|x\| = 1,\ \|y\| = 1$ ta có*

$$\left\|\frac{x+y}{2}\right\| < 1.$$

Chú ý 1.1. Định nghĩa 1.1 còn có thể phát biểu dưới các dạng tương đương sau: Không gian Banach E được gọi là lồi chặt nếu với mọi $x, y \in S_E$ thỏa mãn $\dfrac{\|x+y\|}{2} = 1$, suy ra $x = y$ hoặc với mọi $x, y \in S_E$ và $x \neq y$ ta có $\|tx + (1-t)y\| < 1$ với mọi $t \in (0,1)$, trong đó

$$S_E = \{x \in E :\ \|x\| = 1\}.$$

Định nghĩa 1.2. Không gian Banach E được gọi là lồi đều nếu với mọi $\varepsilon > 0$, tồn tại $\delta(\varepsilon) > 0$ sao cho với mọi $x, y \in E$ mà $\|x\| = 1$, $\|y\| = 1, \|x - y\| \geq \varepsilon$ ta luôn có

$$\left\|\frac{x+y}{2}\right\| \leq 1 - \delta(\varepsilon).$$

Dễ thấy rằng nếu E là một không gian Banach lồi đều thì nó là không gian Banach lồi chặt. Tuy nhiên điều ngược lại không đúng, ví dụ dưới đây chỉ ra điều đó.

Ví dụ 1.1. (xem [1] trang 54) Xét $E = c_0$ (không gian các dãy số hội tụ về không) với chuẩn $\|.\|_\beta$ xác định bởi

$$\|x\|_\beta = \|x\|_{c_0} + \beta\left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{|x_i|^2}{i^2}\right)^{1/2},\ x = (x_i) \in c_0.$$

Khi đó, $(E, \|.\|_\beta),\ \beta > 0$ là một không gian lồi chặt nhưng không là không gian lồi đều.

Để đo tính lồi của không gian Banach E, người ta đưa vào khái niệm sau: Mô đun lồi của không gian Banach E là hàm số

$$\delta_E(\varepsilon) = \inf\left\{1 - \left\|\frac{x+y}{2}\right\| : \|x\| \leq 1, \|y\| \leq 1, \|x - y\| \geq \varepsilon\right\}.$$